

Jméno :

---

1. Je dána funkce  $f(x,y) = \arcsin\left(\frac{y}{x+1}\right)$  .

- Najděte definiční obor  $D$  funkce  $f$  a načrtněte jej.
- Vypočítejte  $\nabla f(0,0)$ ;
- Ukažte, že funkce  $f$  má v bodě  $(0,0)$  totální diferenciál a diferenciál v tomto bodě určete.
- Napište rovnici tečné roviny a normály ke grafu  $f$  v bodě  $(0,0,0)$ .
- Nabývá funkce  $f$  globálních extrémů ve svém definičním oboru nebo lokálních extrémů uvnitř? (10 bodů)

2. Je dána rovnice  $z^3 + y^3 z^2 - xyz + x^3 - 2 = 0$  .

- Ukažte, že touto rovnicí je definována implicitně funkce  $z = f(x,y) \in C^2(U(1,1))$ , pro kterou je  $f(1,1) = 1$  .
- Určete  $\frac{\partial f}{\partial x}(1,1)$  a  $\frac{\partial f}{\partial y}(1,1)$  .
- Pomocí lineární aproximace určete přibližně hodnoty funkce  $z = z(x,y)$  v bodě  $(1,02; 0,96)$ .
- Určete  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1,1)$  .

(10 bodů)

3. Vysvětlete, proč funkce  $f$  nabývá na množině  $M$  svých globálních extrémů, je-li

$$f(x,y) = xy \quad \text{a} \quad M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 = 1\} .$$

Tyto globální extrémy najděte.

(10 bodů)